

8-1  
83

RECONNAISSANCE DE FORMES PLANES PAR UNE METHODE

HIERARCHIQUE D'ETIQUETAGE PROBABILISTE

O.D. FAUGERAS<sup>\*</sup> et Bir BHANU<sup>\*\*</sup>

Résumé - Nous montrons comment le problème de la Reconnaissance de l'occurrence d'une forme plane à l'intérieur d'une autre forme indépendamment d'un facteur d'échelle et de rotation peut être résolu par une méthode hiérarchique d'étiquetage probabiliste. Des exemples d'application à des silhouettes de pièces industrielles sont présentés.

Mots Clés - Reconnaissance des formes - Etiquetage - Probabiliste - Hiérarchique.

---

<sup>\*</sup>INRIA, Domaine de Voluceau, Rocquencourt B.P. 105 78150 LE CHESNAY

<sup>\*\*</sup>University of Southern CALIFORNIA

## I - INTRODUCTION

Le problème que nous résolvons dans cet article est celui de reconnaître l'occurrence d'une partie d'une forme plane dans une autre forme plane. Les formes que nous considérons sont représentées par des régions compactes, connexes et limitées par des courbes simples fermées. Nous nous limitons donc à leurs contours ou silhouettes que nous supposons discrétisés. En pratique, ces formes peuvent être des objets caractéristiques dans des images aériennes, des cellules dans des images microscopiques, des silhouettes de projection d'objets tridimensionnels, etc...

L'une des premières techniques pour résoudre le problème de la mise en correspondance de formes planes est basée sur la corrélation des codes de Freeman correspondants [2]. Malheureusement, cette technique n'est pas invariante par rotation et très sensible à des changements locaux et globaux des formes étudiées. Les techniques de reconnaissance des formes statistiques [3] et syntaxiques sont difficilement applicables [4]. Plus récemment, les techniques de relaxation discrète ont été appliquées par Davis [1,5] au problème étudié ici, Rutkowski [6,7] considère le problème de la segmentation de courbes fermées et Kitche, [8,9] applique des techniques discrètes et dérivées des ensembles flous à la mise en correspondance de structures relationnelles. De fait, les techniques de relaxation ont été appliquées à un grand nombre de problèmes de reconnaissance des formes, d'analyse d'images et d'intelligence artificielle. Une bonne description de ces applications peut se trouver dans [10,11]. Nous utilisons dans ce papier une technique d'étiquetage probabiliste introduite par Faugeras et Berthod [13,14,15] comme un problème d'optimisation généralisant une méthode heuristique proposée par Rosenfeld et al. [12]. Cette technique d'étiquetage probabiliste a été utilisée pour la résolution de problèmes de détection de contours, de segmentation d'images et de description sémantique d'images aérienne [15,18,19].

Dans ce papier, nous proposons une approche hiérarchique d'utilisation de l'étiquetage probabiliste pour résoudre le problème de reconnaissance des formes planes tel qu'il a été défini plus haut.

Dans une première section, nous développons le formalisme mathématique de la technique d'étiquetage dans une deuxième section, nous indiquons comment sont calculés les probabilités initiales et les coefficients de compatibilité utilisés dans la procédure d'optimisation. Dans une troisième section, nous présentons un certain nombre de résultats. Nous concluons sur différentes extensions possibles de la méthode.

## II - ETIQUETAGE PROBABILISTE HIERRARCHIQUE :

Soient  $(A_1, \dots, A_n)$  et  $(B_1, \dots, B_p)$  les points des deux contours étudiés. Nous proposons que ces contours ont été approximés par des lignes polygonales  $O = \{O_1, O_2, \dots, O_{L-1}\}$  et  $T = \{T_1, \dots, T_N\}$ , respectivement. De nombreux algorithmes d'approximation polygonale ont été proposés dans la littérature [4], dans le cas de cette étude, nous avons utilisé celui proposé par Rosenfeld et Johnston [16]. Nous cherchons à identifier une partie de la ligne polygonale  $T$  (prototypè) à l'intérieur de la ligne polygonale  $O$  (objet). Nous cherchons donc à "étiqueter" chacun des segments  $T_i (i+1, \dots, N)$  du template comme

étant, soit l'un des segments  $O_j (j=1, \dots, L-1)$ , soit comme n'appartenant pas à  $O$  (étiquette  $O_L = \text{NIL}$ ).

Nous pouvons donc attribuer à chacun des segments  $T_i$ ,  $L$  étiquettes possibles. Initialement, nous sommes assez peut sûr de l'étiquette des segments  $T_i$ , nous calculons par une technique décrite dans la section III un ensemble de  $L$  nombres  $P_i(\ell) \ell=1, \dots, L$  positifs que nous représentons comme un vecteur  $\vec{P}_i = [p_i(1), \dots, p_i(L)]^T$ . Les nombres  $p_i(\ell)$  peuvent être considérés comme les probabilités que le segment  $T_i$  est étiqueté  $O_\ell$ . Ils vérifient donc la contrainte

$$\sum_{\ell=1}^L P_i(\ell) = 1 \quad (1)$$

L'ensemble des vecteurs  $\vec{P}_i$  constitue un étiquetage probabiliste des segments  $T_i$ . En comparant les structures locales des chaînes polygonales  $T$  et  $O$ , nous allons faire évoluer notre étiquetage initial forcément ambigu (suf cas extrême) vers un étiquetage non ambigu et satisfaisant au mieux des contraintes locales que nous allons maintenant expliciter.

A partir de maintenant les indices  $i$  seront pris modulo  $N$ . A chaque segment  $T_i$  et  $T$ , nous associons les deux segments adjacents  $T_{i-1}$  et  $T_{i+1}$ . Pour comparer les structures locales des deux chaînes  $T$  et  $O$ , nous construisons deux fonctions  $c_1$  et  $c_2$  de

$$S_2 \times O^2 \text{ et } S_3 \times O^3 \text{ dans } [0,1] \text{ où } S_2 \text{ et } S_3$$

sont deux sous-ensembles de  $T^2$  et de  $T^3$ , respectivement, définis par :

$$S_2 = \{(T_i, T_j)\}, i=1, \dots, N \text{ } j=i-1 \text{ ou } i+1$$

$$S_3 = \{(T_i, T_{i-1}, T_{i+1})\} \text{ } i = 1, \dots, N$$

Les nombres  $c_1(T_i, O_k, T_j, O_\ell)$  ( $j=i$  ou  $i+1$ ) et  $c_2(T_i, O_k, T_{i-1}, O_\ell, T_{i+1}, O_m)$  que nous noterons plus simplement  $c_1(i, k, j, \ell)$  et

$c_2(i, k, i-1, \ell, i+1, m)$  mesurent la ressemblance locale des chaînes  $T$  et  $O$  ou "voisinage" de  $T_i$ , une correspondance parfaite étant reflétée par une valeur de  $c_1$  ou  $c_2$  proche de 1 et proche de 0 dans le cas contraire. Nous indiquons en Section III, comment calculer les fonctions  $c_1$  et  $c_2$ . Une autre façon de voir les choses est de dire que  $c_1(i, k, i-1, \ell)$  mesure la ressemblance de  $\{T_i, T_{i-1}\}$  et  $\{O_k, O_\ell\}$ .

Comme il est décrit dans [13,14,15], nous pouvons associer à chaque segment  $T_i$  un vecteur de compatibilité  $\vec{q}_i = [q_i(1), \dots, q_i(L)]^T$ .

Intuitivement, ce vecteur représente ce que les "voisins" du

segment  $T_i$  "pensent" de la façon dont il faut l'étiqueter. Mathématiquement parlant les choses se passent de la manière suivante : on calcule

$$Q_{ij}(k) = \sum_{\ell=1}^L c_1(i,k,j,\ell) p_j(\ell) \quad \begin{matrix} j=i-1, i+1 \\ i=1, \dots, N \\ k=1, \dots, L \end{matrix}$$

$$Q_i^{(1)}(k) = \frac{1}{2} (Q_{i,i-1}(k) + Q_{i,i+1}(k))$$

Dans le cas où nous utilisons la fonction  $c_2$ , on a :

$$Q_i^{(2)}(k) = \sum_{\ell_1=1, \ell_2=1}^L c_2(i,k,j-1,\ell_1, i+1, \ell_2) p_{i-1}(\ell_1) p_{i+1}(\ell_2)$$

Les nombres  $Q_i^{(1)}(k)$  et  $Q_i^{(2)}(k)$ ,  $k=1, \dots, L$  sont positifs et forment deux vecteurs  $\vec{Q}_i^{(1)}$  et  $\vec{Q}_i^{(2)}$  de compatibilité. Intuitivement parlant, l'idée est que  $Q_i^{(1)}(k)$  ou  $Q_i^{(2)}(k)$  est grand si les probabilités des étiquettes des voisins de  $T_i$  compatibles avec l'étiquette  $k$  au sens des fonctions  $c_1$  et  $c_2$  sont fortes et petit autrement. Les  $Q_i^{(1)}(k)$  et  $Q_i^{(2)}(k)$  ne vérifiant pas la contrainte (1) sont normalisés et nous obtenons deux vecteurs  $\vec{q}_i^{(1)}$  et  $\vec{q}_i^{(2)}$  tels que

$$q_i^{(j)}(k) = \frac{Q_i^{(j)}(k)}{\sum_{\ell=1}^L Q_i^{(j)}(\ell)} \quad \begin{matrix} j=1,2 \\ k=1, \dots, L \end{matrix}$$

Faisant appel de nouveau à notre intuition, le vecteur  $\vec{p}_i$  représente ce que le segment  $T_i$  pense de son étiquetage tandis que les vecteurs  $\vec{q}_i^{(j)}$ ,  $j=1,2$  représente ce que les voisins de  $T_i$  pensent de son étiquetage. L'idée est donc à la fois de réconcilier les deux points de vue et de diminuer l'ambiguïté sur l'étiquetage de  $T_i$ . Nous avons montré précédemment [15,20] qu'une bonne mesure "locale" de la compatibilité et de la non ambiguïté était le produit scalaire

$\vec{p}_i \cdot \vec{q}_i^{(j)}$ ,  $j=1,2$ . En calculant la moyenne sur l'ensemble des segments  $T_i$  de ces mesures locales, nous obtenons deux critères globaux :

$$J^{(j)} = \sum_i \vec{p}_i \cdot \vec{q}_i^{(j)} \quad j=1,2$$

Le problème de l'étiquetage des segments  $T_i$  est donc ramené à un problème d'optimisation : étant donné un étiquetage initial  $p_i$ ,  $i=1, \dots, N$ , trouver un maximum local des critères  $J^{(j)}$ ,  $j=1,2$ . Nous utilisons pour ce faire une approche hiérarchique basée sur l'idée suivante : comme nous le verrons dans la Section III, les valeurs numériques de la fonction  $c_2$  sont plus difficiles à calculer que les valeurs numériques de la fonction  $c_1$ . Par contre, la fonction  $c_2$

mesure  
des ch  
par le  
maximi  
utilis

cherch

pond à  
fonctio

fait se  
abandon

dans l'

critère

$c_2(i,k)$

ou de  $p_i$

gradient  
algorithm

III - CAI

Les  
d'attribu

Selon  
un étiqu  
sera pas  
auquel on  
utilisés.  
segments T

où  $A_{tp}$  et /  
l'objet, re  
à-dire  $C_k = A$

Acton

une mauvaise  
initiales se

définition d  
tion que nou  
équivalente  
cas de cette

Mathéma-  
 ante :  
 $p_{i+1}(z_2)$   
 itifs et  
 ivement  
 probabi-  
 étiquette  
 ment. Les  
 et normali-

mesure de façon plus étroite que la fonction  $c_1$  la ressemblance locale des chaînes polygonales T et O. Nous sommes donc en fait intéressés par les maxima locaux de la fonction  $J^{(2)}$ . Utilisant le fait que une maximisation de  $J^{(1)}$  est plus simple au point de vue des calculs, nous utilisons l'algorithme hiérarchique suivant :

Partant d'un étiquetage initial  $\vec{p}_i^{(0)}$ , nous commençons par chercher un maximum local  $\vec{p}_i^{(1)}$  du critère  $J^{(1)}$ . Ce maximum correspond à un étiquetage moins ambigu et plus compatible (au sens de la fonction  $c_1$ ) des segments  $T_i$ . En particulier, on peut espérer (et le fait se vérifie en pratique) que de nombreuses étiquettes ont été abandonnées (leur probabilités  $p_i^{(1)}(k)$  sont nulles). Nous utilisons dans l'étiquetage  $\vec{p}_i^{(1)}$  comme point de départ pour la maximisation du critère  $J^{(2)}$ , le gain en temps calcul provenant du fait que les valeurs  $c_2(i,k,i-1,z_1,i+1,z_2)$  correspondant à des valeurs nulles de  $p_{i-1}(z_1)$  ou de  $p_{i+1}(z_2)$  ne sont pas calculées. Les détails du calcul des gradients des critères  $J^{(1)}$  et  $J^{(2)}$  sont dans [17] tandis que ceux des algorithmes de maximisation sont dans [11,14,15].

III - CALCUL DES PROBABILITES INITIALES ET DES FONCTION  $C_1$  et  $C_2$

Les probabilités initiales sont calculées à partir de valeurs d'attributs tels que :

- 1) longueur d'un segment,
- 2) angle du segment par rapport à l'horizontale,
- 3) angle formé par les deux segments adjacents,
- 4) angle du segment et du segment précédent.

Selon l'application particulière, on peut être intéressé par un étiquetage indépendant du facteur d'échelle auquel cas on n'utilisera pas l'attribut 1) ou par un étiquetage indépendant de la rotation auquel on n'utilisera pas l'attribut 2). Soit P, le nombre d'attributs utilisés, nous définissons la qualité de la correspondance entre les segments  $T_i$  et  $O_k$  par la fonction :

$$M(T_i, O_k) = \sum_{p=1}^P |A_{tp} - A_{op}| W_p$$

où  $A_{tp}$  et  $A_{op}$  sont les valeurs du p-ième attribut du prototype et de l'objet, respectivement,  $W_p$  est un facteur de poids. Si  $k=L$ , c'est-à-dire  $O_k = \text{NIL}$  nous prenons  $M(T_i, O_k) = \text{constante}$ .

Notons que pour une correspondance parfaite  $M(T_i, O_k) = 0$  et que une mauvaise correspondance  $M(T_i, O_k)$  sera grand. Les probabilités initiales sont donc choisies proportionnelles à  $\frac{1}{1+M(T_i, O_k)}$ . La

définition des fonction  $c_1$  et  $c_2$  est guidée par le type de déformation que nous admettons pour nos contours polygonaux ou de manière équivalente par le type d'invariant que nous recherchons. Dans le cas de cette étude, nous nous sommes restreints à une invariance

par rotation et de facteur d'échelle. Dans le cas de la fonction  $c_1$ , étant donné deux segments  $T_i$  et  $T_j$  de deux segments  $O_k$  et  $O_l$  de  $O_1$ , nous cherchons la meilleure transformation  $\mathcal{T}$  au sens des moindres carrés amenant le couple  $(T_i, T_j)$  sur le couple  $(O_k, O_l)$ . La transformation  $\mathcal{T}$  est la composition d'une rotation, d'une homothétie et d'une translation.

Si nous appelons  $M_1(T_i, O_k, T_j, O_l)$  l'erreur quadratique entre les couples de segments  $(\mathcal{T}(T_i), \mathcal{T}(T_j))$  et  $(O_k, O_l)$  on définit

$$c_1(i, k, j, l) = \frac{1}{1 + M_1(T_i, O_k, T_j, O_l)}$$

On vérifie aisément que  $c_1$  tend vers 1 si l'erreur est faible et tend vers 0 si l'erreur augmente. La généralisation de cette idée à la définition de la fonction  $c_2$  ne pose pas de problème conceptuel, mais les temps de calcul sont beaucoup plus élevés, ce qui justifie l'approche hiérarchique. Une description plus précise des détails mathématiques se trouve dans [17]. Le problème se pose de définir  $c_1$  et  $c_2$ , si l'un des segments  $O_k$  ou  $O_l$  est égal à NIL. Nous avons utilisé les définitions suivantes :

$$\begin{cases} c_1(i, k, j, \text{NIL}) = p_i(k) \\ c_1(i, \text{NIL}, j, l) = \text{constante} \quad j=i-1, i+1 \end{cases}$$

L'interprétation intuitive de la première définition est que la compatibilité d'étiqueter le segment  $T_i, O_k$  sachant que son voisin  $T_j$  n'a pas de correspondant dans  $O$  simplement égale à la probabilité courante d'étiqueter  $T_i, O_k$  ; il n'y a pas d'apport d'information.

De même, pour  $c_2$  :

$$\begin{cases} c_2(j, k, i_1, \text{NIL}, i_2, l_2) = c_1(i, k, i_2, l_2) \\ c_2(i, k, i_1, l_1, i_2, \text{NIL}) = c_1(i, k, i_1, l_1) \quad i_1=i-1 \\ c_2(i, k, i_1, \text{NIL}, i_2, \text{NIL}) = p_i(k) \quad i_2=i+1 \\ c_2(i, \text{NIL}, i_1, l_1, i_2, l_2) = \text{constante} \quad l_1, l_2=1, \dots, L \end{cases}$$

#### IV - RESULTATS, CONCLUSIONS

Nous avons testé l'algorithme sur de nombreux exemples. Faute de place, nous ne présentons qu'un seul d'entre eux. Sur la figure 1, nous avons la silhouette d'un porte fusée arrière Renault dans une de ses positions stables vue de dessus. Sur la figure 2, nous avons la silhouette de la superposition de deux telles pièces, celle de la figure 1. Les positions d'équilibre stable sont en nombre limité et peuvent être répertoriées facilement. Il est intéressant d'un point de vue pratique d'identifier dans la silhouette de la figure 2, la

parti  
montr  
notat  
corre  
silho  
L'étic  
été c  
tion  
prise

la Tab  
l'étap  
choisi  
l'étic  
1, ce  
23 est  
correc  
l'étic  
porte  
l'étic  
la cor  
commet  
étiquet  
le fait  
cents  
algorit

E  
tage pr  
trivial  
résulta

#### REFEREN

- [1] L.  
T.  
M.
- [2] H.  
C.
- [3] R.  
J.
- [4] T.  
pu
- [5] L.  
IE  
19
- [6] W.  
us  
Un
- [7] W.  
Ju

fonction  $c_i$   
et  $O_i$  de  $O_i$   
les moindres  
La transfor-  
thétique et d'une  
rique entre les  
nit

est faible  
de cette idée  
ne conceptuel,  
qui justifie  
es détails  
de définir  $c_i$   
us avons

on est que la  
son voisin  $T_j$   
possibilité  
formation.

$i=i-1$   
 $i=i+1$   
 $i_2=1, \dots, L$

pies. Faute  
la figure 1,  
t dans une de  
us avons la  
lle de la  
e l'ité et  
d point  
gure 2, la

partie visible de la silhouette de la figure 1. Les figures 3 et 4 montrent les approximations polygonales correspondantes. Avec les notations des sections précédentes, on a  $N=28$  et  $L=28$ . Les segments correspondants ont été obtenus à partir d'un échantillonnage des silhouettes des figures 1 et 2 de 60 et 78 points, respectivement. L'étiquette NIL a donc le numéro 28. Les probabilités initiales ont été calculées à partir des attributs 3) et 4) (invariants par dilatation et rotation), la probabilité initiale de l'étiquette NIL a été prise égale à .15.

Les résultats de l'étiquetage probabiliste sont présentés dans la Table 1. Nous montrons l'étiquetage aux itérations 0,4 et 8 de l'étape 1 et 4,8,12 de l'étape 2 : ces étiquetages sont obtenus en choisissant l'étiquette de plus forte probabilité. On remarque que l'étiquetage est sensiblement amélioré par les 8 itérations de l'étape 1, ce qui se traduit par une augmentation du critère  $J(1)$  : le segment 23 est correctement étiqueté 22 et les probabilités des étiquettes correctes augmentent. Par contre, les segments 9 et 11 passent de l'étiquette NIL aux étiquettes 26 et 1, respectivement. L'étape 2 apporte un renforcement des probabilités des étiquettes correctes, l'étiquetage correct des segments 2 et 14 à 2 et 11, respectivement et la correction de l'étiquetage incorrect du segment 11. L'algorithme commet cependant une erreur évidente pour les segments 8,9 et 10 étiquetés respectivement 25,26 et 27. Cette erreur s'explique bien par le fait que pour chaque segment  $T_i$  de  $T$ , seuls les deux segments adjacents  $T_{i-1}$  et  $T_i$  sont pris en compte. Le temps d'exécution de cet algorithme est de 20 secondes sur PDP 10.

En conclusion, nous avons montré comment les techniques d'étiquetage probabiliste pouvaient s'appliquer avec succès à des problèmes non triviaux de Reconnaissance des Formes planes. Nous pensons étendre nos résultats à des formes tridimensionnelles dans un avenir très proche.

#### REFERENCES

- [1] L.S. Davis, "Shape Matching Using Relaxation Techniques", IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. PAMI-1, N°1. Jan. 1979, pp.60-72
- [2] H. Freeman, "Computer processing of line-drawing images", Computing Surveys, Vol. 6, N°1, March 1974, pp.57-97
- [3] R.O. Duda and P.E. Hart, "Pattern Classification and Scene Analysis", Joh, Wiley & Sons Inc., 1073
- [4] T. Pavlidis, "A Review of Algorithms for Shape Analysis", Computer Graphics and Image Processing, Vol. 7, 1978, pp. 243-258
- [5] L.S. Davis, "Hierrarchical Relaxation for Shape Analysis", Proc. IEEE Comp. Soc. Conf. on Pattern Recognition and Image Processing, 1978, pp. 275-279
- [6] W.S. Rutkowski, S. Peleg and A. Rosenfeld, "Shape Segmentation using Relaxation", TR-762, May 1979, Computer Science Center, Univ. of Maryland
- [7] W.S. Rutkowski, "Shape Segmentation Using Relaxation, II" TR-793, July 1979 Computer Science Center, Univ. of Maryland

- [8] L. Kitchen and A. Rosenfeld, "Discrete Relaxation for Matching Relational Structures", IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-9, N°12, Dec. 1979, pp. 869-874
- [9] L. Kitchen, "Relaxation Applied to Matching Quantitative Relational Structures", IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-10, N°2, Feb. 1980, pp. 96-101
- [10] L.S. Davis and A. Rosenfeld, "Cooperating Processes for low Level Vision A Survey", Technical Report 123, Jan. 1980, Univ. of Texas at Austin
- [11] O.D. Faugeras, "Optimization Techniques in Image Analysis", Proceedings of the fourth International Conference on Analysis and Optimization of Systems, pp. 790-823, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag, 1980
- [12] A. Rosenfeld, R. Hummel and S.W. Zucker, "Scene Labeling by Relaxation Operations", IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Vol. 6, 1976, pp. 420-433
- [13] O.D. Faugeras and M. Berthod, "Improving Consistency and Reducing Ambiguity in Stochastic Labeling : an Optimization Approche", to appear in IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence.
- [14] O.D. Faugeras, "Application des modèles de vision au traitement numérique des images", Thèse d'Etat, Université de Paris VI, 1979
- [15] M. Berthod, "L'amélioration d'étiquetage : une approche pour l'utilisation du contexte en Reconnaissance des Formes", Thèse d'Etat, Université de Paris VI. 1980
- [16] A. Rosenfeld et E. Johnston, "Angle detection on Digital Curves", IEEE Trans. Computers. Sept. 1973. pp. 875-878
- [17] B. Bhanu and O.D. Faugeras, "Shape matching using hiérachical gradient relaxation technique", USC-IPI Semi-Annual Technical #, pp. 85-113
- [18] B. Bhanu et O.D. Faugeras, "Segmentation of Images having unimodal Distributions", soumis aux IEEE PAMI Transactions, Juillet 1980
- [19] O.D. Faugeras et K. Price, "Semantic Description of aerial images using Stochastic labeling", Proceedings of the 5th International Conference on Pattern Recognition, Miami Beach, Decembre 1-4, pp. 352-357, 1980
- [20] M. Berthod et O.D. Faugeras, "Using Context in the global Recognition of a set of objets : an optimization approach", 8th World Computer Congress (IFIP 80) Tokyo, pp. 695-698

Table 1.  
maximisa

Segments
$T_i$
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
Valeurs des critères

Table 1. Etiquetage des segments de T à différentes itérations de la maximisation des critères  $J(1)$  et  $J(2)$ .

Segments $T_i$	Etiquettes à différentes itérations					
	0	4	8	4	8	12
1	1	1	1	1	1	1
2	28	28	28	28	2	2
3	28	28	28	28	28	28
4	28	28	28	28	28	28
5	28	28	28	28	28	28
6	28	28	28	28	28	28
7	28	28	28	28	28	28
8	28	28	25	25	25	25
9	28	26	26	26	26	26
10	27	27	27	27	27	27
11	28	1	1	28	28	28
12	8	8	8	8	8	8
13	28	28	9	9	9	9
14	28	28	28	28	28	11
15	28	28	28	28	28	28
16	28	28	28	28	28	28
17	28	28	28	28	28	28
18	28	28	28	28	28	28
19	28	28	28	28	28	28
20	28	28	28	28	28	28
21	28	28	28	28	28	28
22	28	28	28	28	28	28
23	28	22	22	22	22	22
24	23	23	23	23	23	23
25	24	24	24	24	24	24
26	25	25	25	25	25	25
27	26	26	26	26	26	26
28	27	27	27	27	27	27
Valeurs des critères	-	3.58	3.88	3.57	4.07	4.64

$J(1)$

$J(2)$

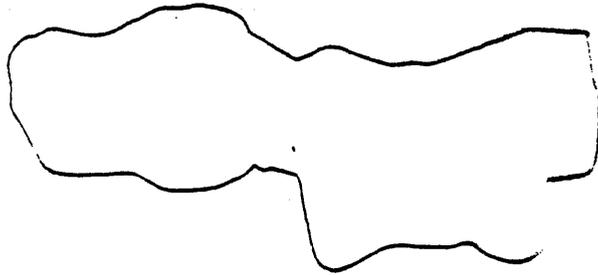


Figure 1

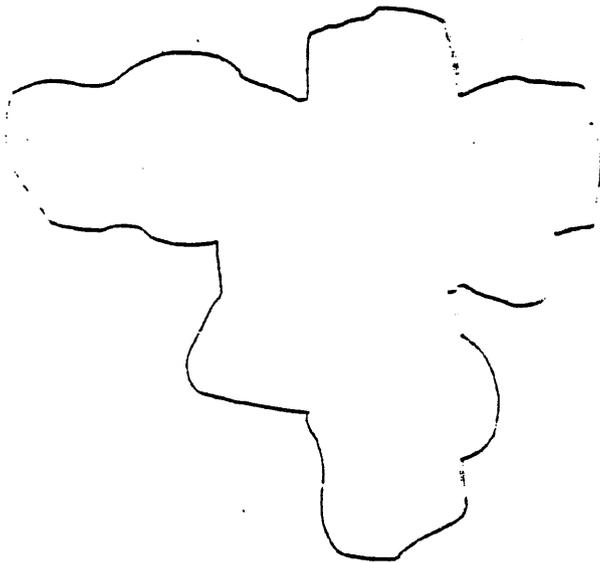


Figure 2

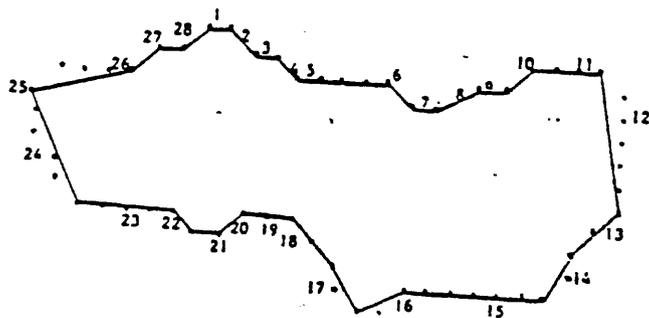


Figure 3

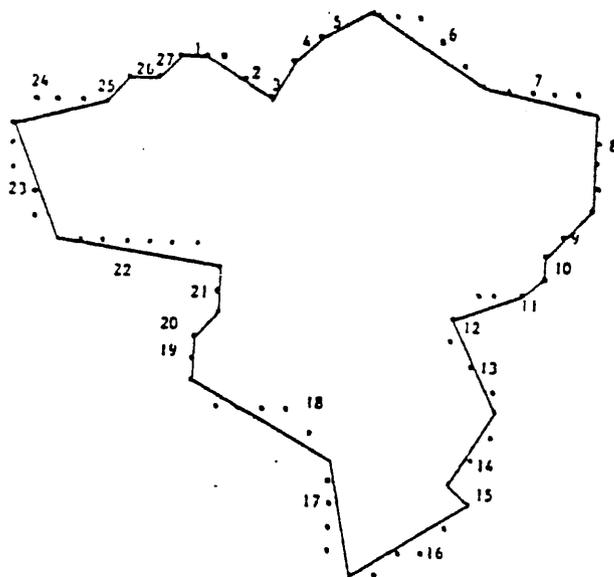


Figure 4

**aicet**



3ème Congrès  
RECONNAISSANCE  
DES FORMES  
ET  
INTELLIGENCE  
ARTIFICIELLE

**NANCY**  
16, 17, 18 ~ **FRANCE**  
Septembre 1981

